四庫全書

子部

歷算全書卷九

宣城梅文鼎撰

環中黍尺卷一之二

總論

有垂弧及次形而斜弧三角可算乃若三邊求角則未有以處也環中黍尺之法則可以三邊求角如有黃赤兩緯度可求其可以徑求對角之邊如有黃道經緯可徑求赤道之緯立術超妙

而取徑遥深非專書備論難諳厥故矣書成於康熙庚辰非一時之筆故與舉要各自為首尾

凡測算必有圖而圖弧角者必以正形厥理斯顯于是以測渾圓則衡縮欹袤環應無窮殆不翅纍黍定尺也本書命名盖取諸此

用八綫至弧度而奇然理本平實以八綫量弧度至用矢而簡然義益多通要亦惟平儀正形與之相應一卷之先數後數所為直探其根以發其藏也

平儀以視法變渾為平而可算者亦可量即晷度皆實度矣二卷之平儀論所以博其趣而三極通幾其用法也黍尺名書于兹益著

矢度之用已詳首卷而餘弦之用亦可參觀故又有三卷之初數次數也

初數次數本用乘除亦可以加減代之故有加減法以疏厥義自三卷以後非非一時所撰今以類相附而仍各為之卷

四卷之甲乙數即初數次數之變也而彼以乘除此以

加減則繁簡殊矣

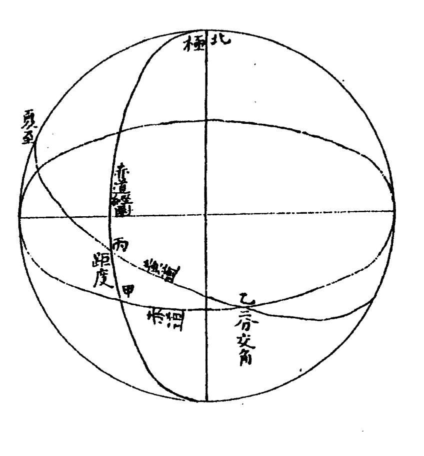
五卷之法亦加減也而特為省徑故稱捷焉用初數不用次數用矢度不用餘弦以視甲乙數又省其半然不可不知其變故又有補遺之術也

恒星歷指之法別成規式而以加減法相提而論固異名而同實是以命之又法也

以上環中黍尺之法約之有六用乘除者二其一先數後數其一初數次數也用加減者四初數次數也甲乙數也捷法也又法也本書中具此六術然而加減捷法其尤為善之善者歟

面而悉為正形于是測望之法步算之源皆不煩箋疏而解

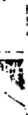
斜視之圖



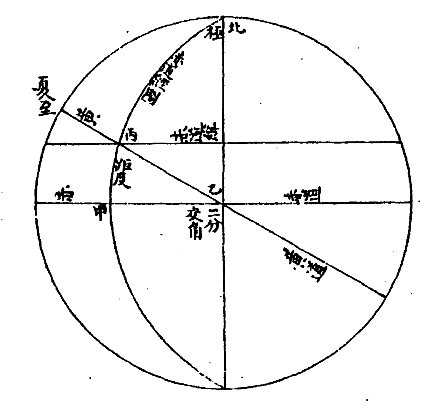
外有不係三邊求角之正用並可通之以加減之法者是為加減通法蓋術之約者其理必精數之確者為用斯博並附數則于五卷之末以發其例

弧三角用平儀正形之理

作圖之法有二一為借象一為正形以平寫渾不得已而為側睨遥望之形以曲狀其變然多借象而非正形茲一準平儀法度寘二極于上下而從旁平視之（如置身大員之表以觀大員）則渾球上凸面之經緯弧角一一可寫于平



平儀正形



平儀用實度之理

斜視之圖無實度可紀弧角之形聊足相擬　兹者平儀其實度非算不知

既歸正形則度皆實度循圖可得即量法與算法通為

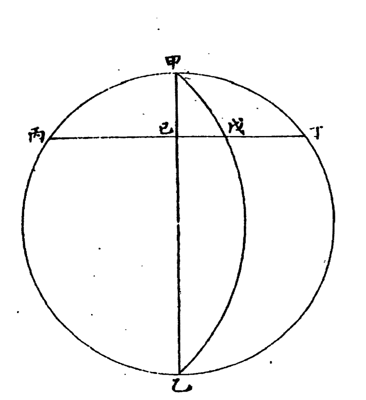
一術以横徑查角度以距緯查弧度並詳二卷

平儀用矢線之理

八線中有矢他用甚稀乃若三邊求角則矢綫之用為

多而又特為簡易信古人以弧矢測渾員其法不易然

亦惟平儀正形能著其理下文詳之



一矢較為弧度之差　大弧用大矢（弧度過象限為大弧故大矢亦大于半徑）小弧用小矢（弧度不及象限為小弧故正矢小于半徑）較弧與對弧並同

法曰置較弧對弧于員周（角旁兩弧之較為較弧亦曰存弧對角之弧為對弧）

矢線之用有二

一矢線為角度之限　鈍角用大矢　銳角用小矢小矢即正矢也從半徑言之為正矢從全徑言之為小矢法曰置角度于平儀之周則平員全徑為角綫所分而一為小矢一為大矢平儀橫徑即渾員之腰圍故大矢即鈍角度小矢即銳角度

如圖渾球上甲戊甲丁甲丙三小弧與甲己同度故同用甲己為正矢丁乙戊乙丙乙三過弧與己乙同度故同用己乙為大矢

如圖丑乙弧之正矢辛乙庚乙寅乙二弧同用子乙弧之正矢壬乙癸乙卯乙同用則辛壬為兩矢之較即為癸乙寅乙兩弧度之較也或丑乙與子乙或庚乙與癸乙或寅乙與卯乙並同 又如戊乙弧之大矢己乙與丑乙弧之正矢辛乙相較得較己辛或子乙弧之正矢壬乙與丙乙弧之大矢己乙相較得較己壬皆大矢與正矢較也 又如甲丑弧之大矢辛甲與

亦曰底弧則各有矢線而同軸可得其差謂之兩矢較也

較弧對弧並小則為兩正矢之較兩弧俱象限以下故俱用正矢

較弧小對弧大為正矢大矢之較較弧在象限以下用正矢對弧過象限用大矢

較弧對弧並大為兩大矢之較兩弧俱過象限故俱用大矢

凡較弧必小於對弧則較弧矢亦小於對弧矢故無以較弧大矢較對弧正矢之事法所以恒用加也若較弧用大矢則對弧必更大

二率兩矢較三率角之矢四率得數大于半徑為大矢其角則鈍得數小于半徑為正矢其角則鋭亦不論邊之同異通為一法

問用矢用餘弦異乎曰矢餘弦相待而成者也可以矢算者亦可用餘弦立算但加減尚須詳審若矢線則一例用加尤為簡妙

先數後數法

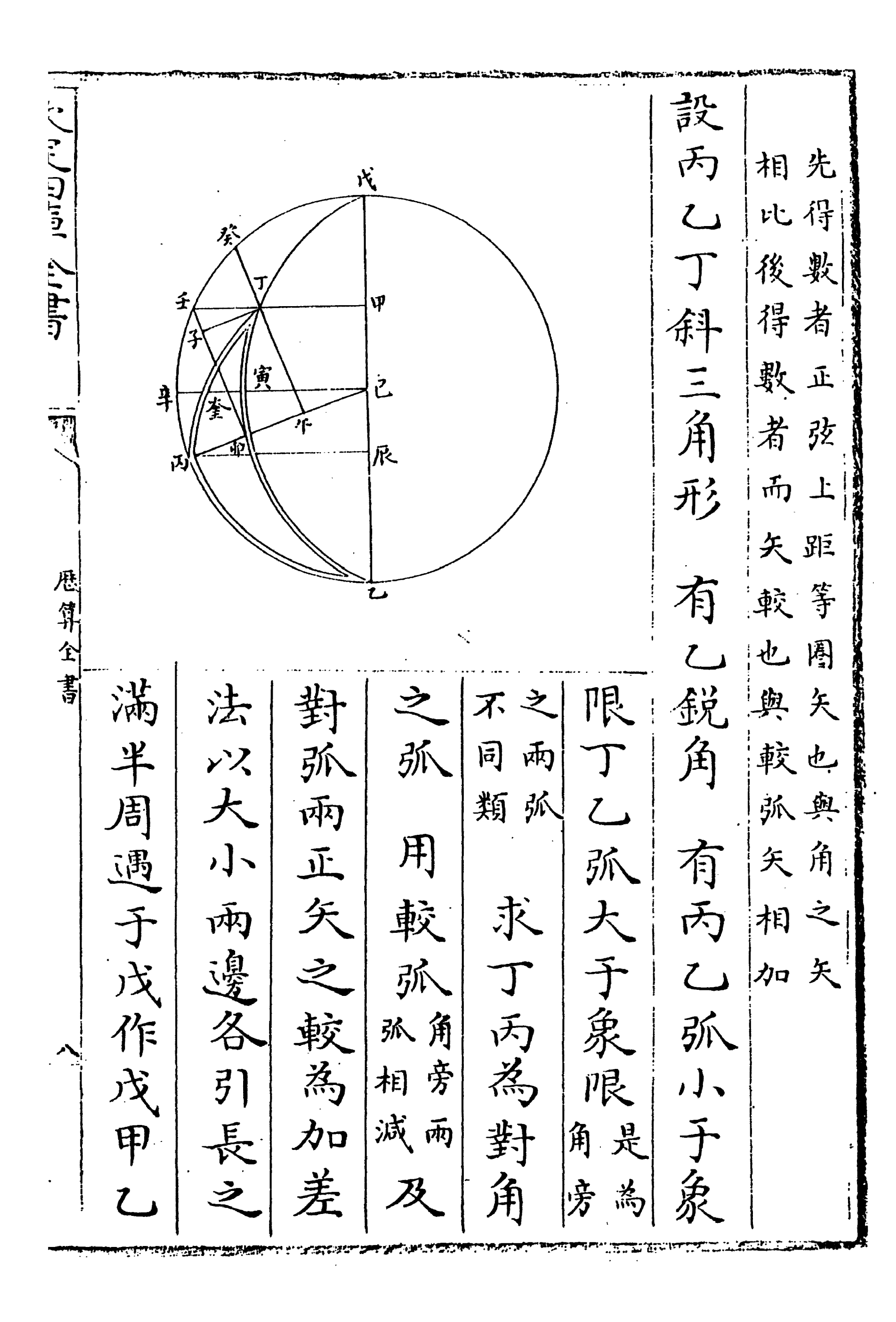
此以平儀弧角正形解渾球上斜弧三角用矢度矢較為比例之根也

甲夘弧之大矢壬甲相較得較辛壬則兩大矢較也

約法

凡求對角之弧並以角之矢為比例鈍角用大矢鋭角用正矢求得兩矢較半徑方一率正弦矩一率角之矢三率兩矢較四率以加較弧之矢較弧大用大矢較弧小用正矢得對弧矢加滿半徑以上為大矢其對弧小遇象限加不滿半徑為小矢其對弧小不過象限此不論角之鋭鈍邊之同異通為一法

凡三邊求角並以兩矢較為比例求角之矢半徑方一率餘割矩



先得數者正弦上距等圈矢也與角之矢相比後得數者而矢較也與較弧矢相加

設丙乙丁斜三角形　有乙銳角　有丙乙弧小于象限丁乙弧大于象限是為角旁之兩弧不同類　求丁丙為對角之弧　用較弧及角旁兩弧相減對弧兩正矢之較為加差

法以大小兩邊各引長之滿半周遇于戊作戊甲乙

圜徑又于圜徑折半處己命為渾圜心又自己心作横半徑如己寅辛則寅辛即乙角之弧亦即為乙角之矢平視之為矢度實即角度之弧蹤縮而成而寅己即乙角之餘弧亦即為乙角餘弦因視法能令餘弧蹤縮成餘弦又自丁作横半徑己辛之平行線如壬丁甲此平行線即乙丁大邊之正弦因平視故乙丁小于乙壬其實乙丁弧之度與乙壬同大今壬甲既為戊壬及乙壬之正弦亦即為乙丁之正弦矣而此正弦壬甲又即為距等圈之半徑也想戊己乙為半渾圜之中剖圜面側立形乃自壬丁甲横切之則壬甲為其横切之半徑則其丁壬分線亦為距等圈上丁壬弧

之矢線矣有距等圈半徑即有其弧而此大小兩矢線各與其半徑之比例皆等己辛大圈之半徑大故寅辛矢亦大甲壬距等圈之半徑小故壬丁矢亦小然其度皆乙角故比例一也距等雖用戊角而戊角即乙角有兩弧線限之故也法為己辛與甲壬若寅辛與壬丁

一率　半徑己辛

二率　大弧正弦壬甲卯距等圈之半徑

三率　乙角矢寅辛

四率　先得數壬丁即距等圈之正矢

次從丙向己心作丙己半徑此線為加減之主線以較弧對弧俱用為半徑而生矢度　又從壬作壬卯為壬丙較弧之正弦壬乙既同丁乙則丁乙弧之大于丙乙其較為壬丙　又從丁作癸丁午線為丁丙對弧之正弦因平視故丁丙弧小于癸丙其實丁丙弧與癸丙同大癸午既為癸丙正弦亦即丁丙之正弦矣　因兩正弦平行又同抵己丙半徑為十字正方角故比例生焉此立算之根本　又從丁作丁子線與午卯平行而等以有對弧較弧兩正弦為之限也　成壬丁子句股形又從丙作丙辰線為乙丙小邊之正弦成己丙辰句股

形　此大小兩句股形相似已丙辰與卯巳奎小形相似則亦與壬丁子形相似等角等勢故也法為丙巳與辰丙若壬丁與丁子

一率　半徑丙巳　弦

二率小弧正弦　辰丙　股

三率先得數　壬丁　小弦

四率兩矢較　丁子　小股

省算法用合理

因上兩宗內各有先得數而一為三率一為四率故對去不用

一 半徑巳辛

二 大弧弦 壬甲

三 乙角矢 寅辛

四 先得數 壬丁

一 半徑丙巳

二 小弧弦 辰丙

三 先得數 壬丁

四 後得數 丁子

合之

一 半徑上方 即兩首率相乘

二 兩正弦矩 兩二率相乘

三 乙角矢 寅辛 先得數對去不乘故俱用本數

四 後得數 丁子 即較弧對弧兩矢之較午卯

乃以後得數為矢較加較弧矢以午卯加卯丙也成對弧矢午丙末以對弧矢午丙減半徑巳丙成對弧餘弦午巳檢表得對弧丁丙之度

又法 以後得數減較弧餘弦以午卯減卯巳成對弧餘弦

以乙角矢寅辛減半徑辛巳得餘弦寅巳檢表得乙角之度

右鈍角以二邊求對邊及三邊求角並以兩矢較為加差以差加較弧矢得對弧大三邊求角則為三率亦為兩餘弦較依法以差減較弧餘弦為對弧餘弦又三邊求角則兩餘弦相減為三率角旁弧異類

對邊小

設亥乙丁斜弧三角形　有乙鈍角　有亥乙小弧丁乙大弧　求亥丁對角弧　用較弧正矢與對弧大矢之較為加差

檢午巳表得對弧丁丙度亦同兩正矢之較即兩餘弦較也故加之得矢者減之即得餘弦

若先有三邊而求乙鈍角則反用其率因前四率反之以首率為次率三率為四率

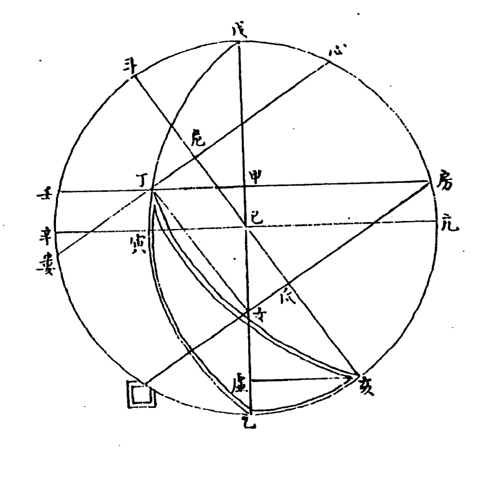
一　半徑上方	一　兩正弦矩
二　兩正弦矩	二　半徑上方
三　乙角矢寅辛	三　兩矢較午卯
四　兩矢較午卯	四　乙角矢寅辛

半徑上方　兩餘割線相乘矩

依之以立　有兩正弦即有兩餘弦及大小矢而加減之用生焉

法以大小兩邊各引長之滿半周遇于戊　又依小邊半周乙亥戊補其餘半周戊辛乙成全圓　又從戊至乙作圓徑　又作亢辛横徑兩徑相交于巳即圓心　則寅辛為乙角之小矢而寅亢為乙角之大矢寅巳亢即乙鈍角之弧度

平視之成大矢　若自寅點作直線與戊乙平行取距戊乙之度加象限即角度　又從丁作房丁壬横線與亢辛横



戊乙徑為取角度之根亢寅角度及房甲與亥虛兩正弦皆依之以立

大矢即鈍角之弧度

小矢即銳角之弧度

亥斗徑為加減之根房氐及危心兩正弦

徑平行此線即丁乙大邊正弦之倍數房丁壬與亢辛平行則房乙即丁乙也因平視故丁乙小于房乙耳而房甲既為房乙之正弦亦即丁乙正弦也房甲既為正弦房壬則倍正弦矣倍正弦即通弦而此房壬倍正弦又即為距等圈之全徑想全體渾圓從壬丁房橫切之成距等圈而房壬其全徑則房丁分線亦即為距等圈上丁甲房弧之大矢有距等圈全徑即有其全圈而房甲丁其切弧而此兩大矢線各與其全徑之比例皆等亢辛全徑大故寅亢大矢亦大房壬距等圈之全徑小故房丁大矢亦小然其度皆乙角之度在乙丁戊及乙房戊兩弧線之中故各與其全圓之比例等而其大矢亦各與其全徑之比例等即各與其半徑之比例亦等若以甲為心壬為界

作半圓于房壬線上則距等之弧度見矣法為亢辛全徑與房壬距等全徑即倍正弦若寅亢鈍角大矢與房丁先得數亦距等大矢而亢已半徑與房甲乙丁正弦亦距等半徑亦若寅亢與房丁

一率　亢已半徑

二率　房甲大邊之正弦亦距等半徑

三率　寅亢鈍角大矢

四率　房丁先得數亦距等大矢

次從亥過已心作亥已斗全徑為加減主線較弧對弧之弦俱過

此全徑而生大小矣

又從房作房氐線為房亥較弧之正弦準前論房乙同丁乙則丁乙之大于亥乙其較房亥　又從丁作心丁婁線與房氐正弦平行而交亥斗徑于危如十字則此線為亥丁對弧之倍正弦因視法心亥弧大于亥丁其實即亥丁也亥丁為平視蹟縮之形心亥為正形而心危者心亥弧之正弦也是即亥丁弧之正弦而心丁婁其倍弦矣　又從丁作丁女線與斗亥徑平行亦引房氐較弧之正弦為通弦而與丁女線遇于女成丁女房句股形　又從亥作亥虛線與亢辛橫徑及大邊之正弦房甲俱平行成亥虛已句股

形　此大小兩句股形相似（亥已即徑線與丁女平行亥虛與房甲丁平行則大形之丁角與小形之亥角等而女與虛並正角則為等角而相似）法為已亥（半徑）與亥虛（小邊正弦）若房丁（先得數而距等大矢）與丁女（後得數亦即氐危為較弧正矢氐亥及對弧大矢危亥之較）

一率　半徑已亥　弦

二率　（小邊正弦）亥虛　句

三率　（先得數）房丁　大弦

四率　（後得數）丁女　大句

減氐已其餘危已即對弧餘弦乃以餘弦檢表得度以減半周為對弧之度　大矢與小矢之較即兩餘弦併也內減去一餘弦即得一餘弦矣觀圖自明　前用鋭角是于較弦餘弦內減得數為對弧餘弦此用鈍角是于得數內減較弧餘弦為對弧餘弦

若有三邊而求角度者則反用其率

一半徑上方　一兩正弦矩　半徑上方

二兩正弦矩　二半徑上方　兩餘割相乘矩

乃以省算法平之

一亢巳半徑　一巳亥半徑　一半徑自乘方

二房甲大邊正弦　二亥虛小邊正弦　合　二正弦相乘距

三寅亢鈍角大矢　三房丁先得數　三鈍角大矢

四房丁先得數　四丁女後得數即氐危之　四後得數即較弧正矢與對弧大矢之較

乃以後得數加較弧正矢以氐危加氐亥成危亥為對弧大矢內

減半徑得對弧餘弦檢表得度以減半周為對弧之度

又法于後得數內減去較弧餘弦成對弧餘弦于氐危內

三鈍角大矢寅亢　三兩餘弦并氐危（即較弧正矢與對弧大矢之較）

四兩餘弦并丁女（即氐危）　四鈍角大矢寅亢

乃于所得大矢內減去半徑成餘弦以餘弦檢表得度

用減半周為鈍角之度

右鈍角求對邊及三邊求鈍角並用兩矢之較

為加差（以差加較弧正矢得對弧大矢又為三邊求角之三率）亦為兩餘

弦并（依又法減較弧餘弦得對弧餘弦三邊求角即并兩餘弦為三率）其鈍

角旁兩弧異類對對弧大

設丁辛乙斜弧三角形

有辛丁邊五十度一十分丁乙對角邊六十度辛乙邊八十度三邊並小求辛鋭角

法先為戊亢辛全員　作戊辛員徑　又作亢巳橫員徑兩徑十字相交于巳心此線上有角度

次于戊辛徑左右任取自辛數至丁如所設角旁小邊

五十度一十分之數截丁辛為小邊　又從丁過已作徑線此線上有加減度為較弧對角弧兩正弦所依　仍自辛過丁數至房如所設大邊八十度之數截房丁為大小兩邊之較弧　又自丁過房數至心如所設對邊六十度之數截心丁與乙丁等　仍自丁過辛截婁丁度如心丁乃作婁心直線聯之為心丁對弧之倍正弦　又從房作房甲横線與亢已横徑平行此為乙辛大邊之正弦因視法房辛即乙辛詳後　次視婁心倍弦與房甲正弦兩線相遇于乙命

為斜弧形之角　乃從乙角向辛作乙辛弧此弧亦八十度與房辛同大是所設角旁之大邊理在平儀視法房辛是真度乙辛是視凸為平蹐縮之形想平儀原係渾體從房乙甲橫切之則自房至甲為距等圈之九十度從此線上度度作弧至辛極並八十度不惟乙辛與房辛同大即甲辛亦與房心同大也他倣此　又從乙向丁作乙丁弧此弧亦六十度與心丁同大是所設對角之邊切渾角以心婁距等圈而以丁為極則危丁亦六十度與心丁同大矣乙丁同大不言可知　遂成乙辛丁斜弧三角在球上之形與所設等　又從乙引乙辛弧線至戊成心乙戊半周側立形此線截亢巳半徑于寅則亢寅為辛

角矢度而寅己其餘弦　次從丁作丁虛橫線與房甲正弦平行是為辛丁小邊之正弦　又從房作房夘線與心危婁平行則此線為房丁較弧之正弦其心危則乙丁對弧之正弦　又從乙作乙女線與夘危平行而等線在兩正弦平行線之中而亦平行不得不等是為較弧與對弧兩正矢之較房夘為較弧正弦則夘己為餘弦而夘丁其矢又心危為對弧正弦則危己為餘弦而危丁其矢此兩正矢之較為危夘而乙女與之等則乙女亦兩矢之較矣

法曰己丁虛句股形與房乙女句股形相似房乙與丁虛平行乙

女與己丁平行則所作之大形丁角小形乙角必等而大形之虛小形之女並正角則兩形相似故丁虛（小邊正弦）與丁己（半徑）若乙女（即卯危較弧餘弦與對弧餘弦之較）與乙房（先得數）

又房甲正弦之分為乙房猶亢己之分為寅亢其全與分之比例皆相似（從房甲線切渾員成距等圈而房甲為其半徑猶渾員之有亢己為半徑也兩半徑同為戌寅辛弧線所分則乙房為距等圈半徑之矢度猶寅亢為大員半徑之矢度也其比例俱相似）故房甲（大邊正弦即距等圈半徑）與亢己（大員之半徑）若乙房（先得數即距等圈之矢）與寅亢（後得數即角之矢線）

以省算法平之即異乘同乘異除同除

一 小邊正弦丁虛　一 大邊正弦房甲　合　一 兩正弦相乘矩　半徑

二 半徑丁己　二 半徑亢己　二 兩半徑自乘方　兩餘割相乘矩

三 兩矢較乙女　三 先得數乙房　三 兩矢較乙女

四 先得數乙房　數同省乘　四 辛角之矢寅亢　之　四 辛角之矢寅亢

大邊八十度一〇一五四三

小邊五十度一十分餘割一三〇二二三相乘一三二二三二三四〇八九

較弧二十九度五十分餘弦八六七四八正矢一三二五二

其較三六七四八

對弧六十度　五〇〇〇〇　五〇〇〇〇

一半徑方一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇　首率除宜去十尾乃先于二率

二餘割矩一三二二三二三四〇八九　去五位故得數只去五位即如

三兩矢較　三六七四八　共去十位也

四銳角矢　四八五九二　用減半徑得辛角餘弦五一四〇八

檢表得五十九度四分為辛角之度　此與歷書所算五十八度五十三分只差十一分

又法徑求餘弦　法曰房甲之分為乙房而其餘乙甲猶亢己之分為亢寅而其餘寅己也故其全與

分餘之比例亦相似法為房甲正弦與亢巳半徑若乙甲正弦

分線之餘與寅巳半徑截矢之餘即角之餘弦

准前論小邊之正弦虛丁句與半徑丁巳弦若較弧對

弧兩矢之較乙女小句與大邊正弦之分線乙房小弦也先

求乙房為先得數以轉減大邊正弦房甲得分餘線乙

甲

一　小邊　五十度一〇　正弦　丁虛　七六七九一

二　半徑　丁巳一〇〇〇〇〇

三 較弧二十九度五〇 對弧六十度〇〇 兩正矢較乙女 三六七四八

四 先得數大邊正弦之分線 乙房 四七八五四

以先得數減大邊八十度正弦房甲 九八四八一

得大邊正弦内乙房分線之餘乙甲 五〇六二七

末以分餘綫為三率

一 大邊正弦 房甲 九八四四一

二 半徑 亢己 一〇〇〇〇〇

三 分餘綫 乙甲 五〇六二七

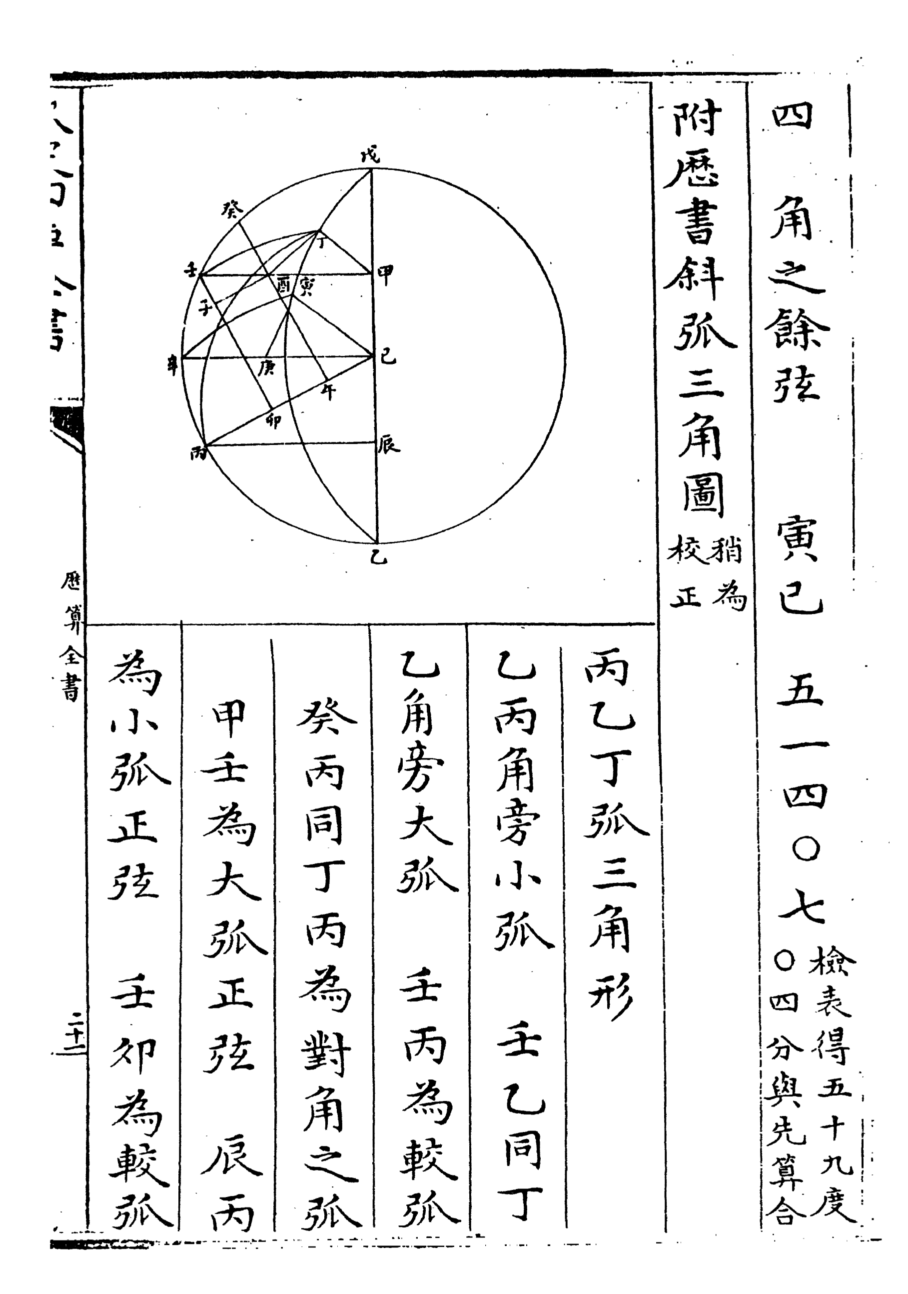
正弦　癸午為對弧正弦　寅辛為乙角之弧　庚辛為乙角之矢　卯丙為較弧之矢　午丙為對弧之矢　午卯為兩矢較　酉壬為先得數　酉子同午卯亦兩矢之較

法為全數已辛與大弧正弦甲壬若角之矢庚辛與先得數酉壬又全數已丙與小弧正弦辰丙若先得數酉壬與兩矢較酉子也

一率全之方　二率兩正弦矩　三率角之矢　四率得兩矢較以兩矢較加較弧之矢為對弧之矢

四角之餘弦　寅己　五一四〇七　檢表得五十九度〇四分與先算合

附歷書斜弧三角圖　稍為校正



丙乙丁弧三角形

乙丙角旁小弧　壬乙同丁

乙角旁大弧　壬丙為較弧

癸丙同丁丙為對角之弧

甲壬為大弧正弦　辰丙

為小弧正弦　壬卯為較弧

之與己庚餘弦同為一線甲丁與甲酉亦然此皆平面正形可以算亦可以量非同斜望比也愚故謂惟平儀為正形也

若乙角為鈍角成亥乙丁三角形則當用房亥較弧之正矢(牛亥)與同丁亥對弧之心亥弧大矢危亥相減成兩矢之較(牛危即女酉)以較加較弧正矢為對弧大矢(法詳前例但前例鈍角旁小弧不同乙丙故此圖以相同者論之更見其理之不易)

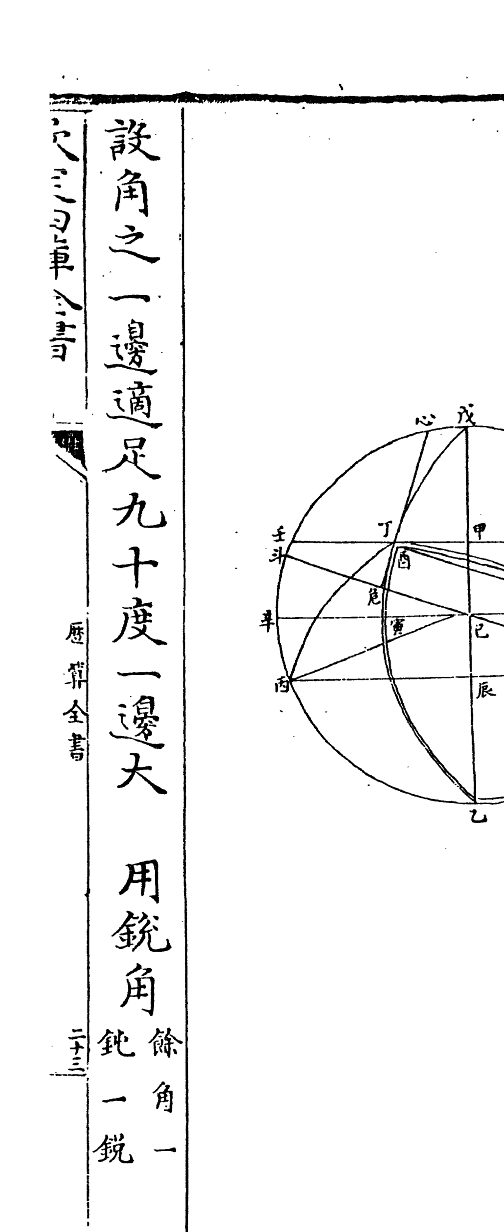
乙為鈍角用大矢之圖

論曰此因欲顯酉壬為甲壬距等半圜之矢度故特為斜望之形其實丁點原在酉寅點原在庚丁壬弧即酉壬線寅辛弧即庚辛線乙寅丁戊弧原即為乙庚酉戊弧也故以平儀圖之則皆歸正位矣所以者何平儀上惟經度有弧線之形其距等圈緯度皆成直線而寅庚為角度之正弦直立下垂從其頂視之成一點矣丁酉者大弧正弦甲壬上所作距等圈之正弦也從頂視之而成一點與寅庚一也其寅己半徑勢成斜倚從上睨

法為半徑與大邊之正弦若角之矢與兩矢較也亦若角之餘弦與對弧之餘弦

乙丁丙斜三角形 丙丁邊適足九十度 乙丁邊大于九十度 丁銳角 求對邊丙乙 法先作平員分十字從丁數丁壬及丁丑並如乙丁度作距等線聯之壬丑又于壬丑線上取乙點法以壬巳為度巳為心作半員

此用平儀正形故丁與酉同為一點



設角之一邊適足九十度一邊大　用銳角　餘角一鈍一銳

分句度而自壬取角度得乙點作庚乙癸直線為對弧之正弦　又取壬丙為較弧作壬卯正弦較弧之矢卯丙對弧之矢癸丙其較卯癸與壬乙等壬己正弦又即距等圈半徑而為丁乙戊弧所分則壬乙如矢乙己如餘弦與角之丙子矢子甲餘弦同比例

一	半徑丙甲	一	半徑丙甲
二	大邊正弦壬己	二	大邊正弦壬己
三	角之矢子丙	三	角之餘弦子甲

四兩矢較壬乙即卯癸四對弧餘弦乙己即癸甲

若丁為鈍角　用大矢

法為半徑與大邊之正弦若角之大矢與兩矢較也亦

若鈍角之餘弦與對弧之餘弦

借前圖作乙辛為對角之弧戌乙丁辛三角形三角俱鈍作

丑午為較弧丑辛正弦以丑丁同乙丁故其庚癸為對弧乙辛

之正弦以庚辛即乙辛故較弧之正矢午辛對弧之大矢癸辛

其較癸午與丑乙等　依前論壬乙為距等圈小矢則

乙丑為大矢壬丑為距等圈全徑與其大矢乙丑之比例若丙辛全徑與鈍角之大矢子辛則已丑為距等半徑與其大矢丑乙亦若甲辛半徑與鈍角之大矢子辛也而丑已原為乙丁大邊之正弦丑乙原與癸午等故法為半徑甲辛與鈍角之大矢子辛若大邊之正弦已丑與兩矢較丑乙或癸午也

一　半徑甲辛　　一　半徑甲辛

二　大邊正弦丑已　　二　大邊正弦丑已

三　鈍角大矢子辛　三　鈍角餘弦子甲

四　兩矢較癸午　四　對邊餘弦乙巳（用餘弦入表得度以減半周得對邊之度）

一系　距等圈上弧度所分之矢與餘弦與大矢與其半徑或全徑並與大圈上諸數比例俱等

又按前法亦可以算一邊小于象限之三角

於前圖取乙戊丙斜弧三角形用戊鋭角（餘角一鈍一鋭）有丙戊大邊足九十度有乙戊邊小于九十度　求對戊角之乙丙邊

法從乙點作壬己線為小邊乙戊之正弦以壬戊即乙戊故
又從乙點作庚癸為對弧乙丙之正弦以庚丙即乙丙故于
是較弧之矢為卯丙對弧之矢為癸丙而得兩矢之
較為癸卯 則又引戊乙小邊之弧過半徑于子而合
大圈于丁分子丙為戊角之矢子甲為角之餘弦
法曰丙甲半徑與壬己小邊弦若子丙戊角之矢與乙壬兩矢較也
得乙壬即得癸卯
捷法不用較弧但作壬己為小弧乙戊之正弦作庚癸

為乙丙對弧之正弦其餘弦癸中　又引小邊戊乙分半徑於子得子甲為戊角之餘弦

法曰丙甲半徑與壬己小邊正弦若子甲戊角餘弦與乙己對邊餘弦得乙己得癸甲矣

又于前圖取辛戊乙三角形用戊鈍角餘角並銳有戊辛大邊九十度有戊乙邊小于九十度　求對戊鈍角之辛乙邊

用捷法　于乙點作壬丑為乙戊小邊之通弦　作庚

癸為乙辛對弧之正弦　其餘弦甲癸　又引戊乙小邊割丙辛全徑於子分子辛為鈍角大矢子甲為鈍角餘弦

法為甲辛與丑巳若子甲與乙巳得乙巳即得癸甲

一　半徑甲辛　即丙辛全徑之半

二　小邊正弦丑巳　即壬丑通弦之半

三　鈍角餘弦子甲

四　對邊餘弦癸甲　即乙巳

若先有三邊而求角則反用其率

一　半徑

二　小邊餘割

三　對邊餘弦

四　角之餘弦

一系凡斜弧三角形有一邊足九十度其餘一邊不拘小大通爲一法皆以半徑與正弦若角之矢與兩矢較也亦若角之餘弦與對邊之餘弦

之正弦　又作庚乙癸線為對弧乙丙之正弦（庚丙即乙丙故）乙壬為丁角之矢　乙甲為丁角之餘弦　癸丙為對弧之矢　癸甲為餘弦　夘丙為較弧之矢　夘甲為餘弦　對弧較弧兩矢之較夘癸（亦即乙辰）

法曰甲丙己壬乙辰乙甲癸三句股相似故甲丙（半徑）與丙己（小邊正弦）若壬乙（角之矢）與乙辰（兩矢較）亦若乙甲（角之餘弦）與甲癸（對弧餘弦）

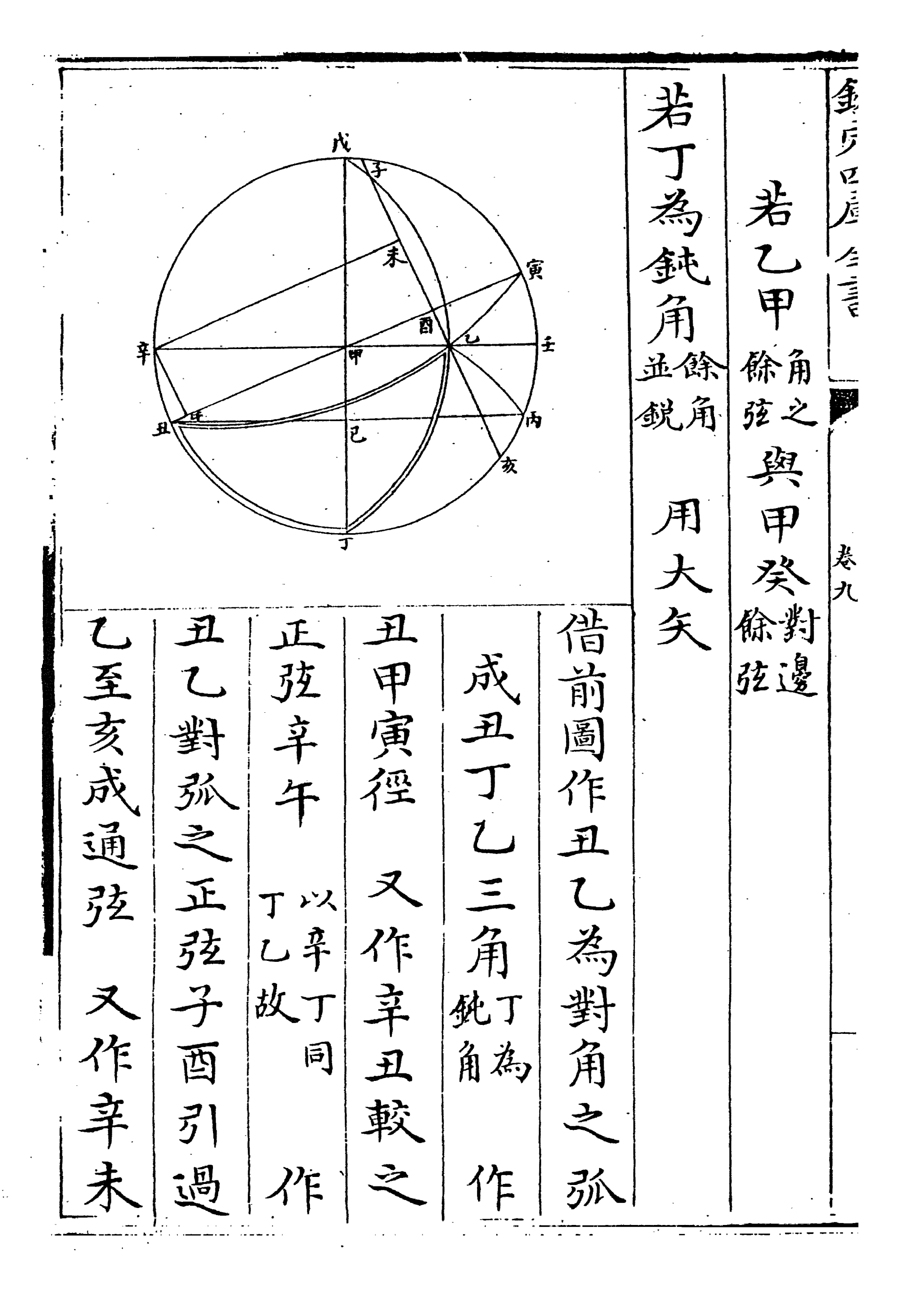
三邊求角法

若置大小邊于員周其算亦同

乙丁丙斜弧三角形　乙丁邊適足九十度　丁丙邊小于九十度　有丁鋭角　求對邊丙乙　法于平員邊取丙丁度作丙己為小邊之正弦　又自丙作丙甲過心線　又作壬夘線為丙壬較弧

若乙甲角之餘弦與甲癸對邊餘弦

若丁為鈍角餘角並銳用大矢



借前圖作丑乙為對角之弧成丑丁乙三角丁為鈍角作丑甲寅徑又作辛丑較之正弦辛午以辛丁同丁乙故作丑乙對弧之正弦子酉引過乙至亥成通弦又作辛未

一 半徑壬甲（即甲丙） 二 小邊餘割 甲甲

三 對弧餘弦 癸甲 四 角之餘弦 乙壬

又于前圖取乙戊丙三角形 用戊銳角（餘角一鈍一銳） 有乙戊邊九十度 有戊丙大邊 求對戊角之丙乙邊

用捷法 自丙作丙巳為丙戊大邊之正弦 即從丙作丙甲半徑 乃于乙點作庚癸為丙乙對弧之正弦 其餘弦癸甲而戊乙弧原分乙甲為戊角之餘弦

法曰甲丙巳句股與乙甲癸相似故甲丙（半徑）與丙巳

用捷法 自丑作丑己為丑戊大邊之正弦 又自丑作丑甲寅全徑 又自乙作亥酉為對邊丑乙之正弦其餘弦酉甲而乙甲原為戊鈍角之餘弦以亥丑即乙丑故

法曰甲丑己句股形與乙甲酉相似故甲丑半徑與丑己大邊正弦若乙甲鈍角餘弦與甲酉對邊餘弦

又設丙乙丁三角形 乙為鈍角餘一鈍一銳 乙丙邊小丁乙邊大 對邊丁丙大于象限 較弧壬丙亦大于象限

線與酉午平行而等　較弧之正矢午丑對弧之大矢

酉丑相較得酉午（亦即未辛）　乙辛與丁鈍角大矢　乙甲

為鈍角餘弦

法曰甲丑巳乙辛未乙甲酉三句股相似故甲丑（半徑）

與丑巳（小邊正弦）若乙辛（角大矢）與未辛（兩矢較）亦若乙甲（角之餘弦）與甲酉（對弧餘弦）

又于前圖取乙戊丑形　用戊鈍角（三角俱鈍）　有乙戊邊

九十度有丑戊大邊　求對鈍角之丑乙邊

三(角之矢)寅辛　　三(先得數)丁壬　　三角之矢寅辛
四(先得數)丁壬　　四(後得數)子丁　之　四(後得大矢較)丙丁子(即午卯)

壬丙較弧之大矢卯丙加後得數午卯為對弧丁丙之大矢(丁丙即癸丙故)大矢午丙內減半徑巳丙得午巳為餘弦以檢表得庚癸之度以減半周得癸丙之度即對弧丁丙之度

又法以得數午卯加較弧之餘弦卯巳得午巳為對弧餘弦(以兩大矢較即兩餘弦較也餘同上)

惟對邊較弧俱大于象限故所得為兩大矢之較其正弦比例仍用小矢以角為鋭角也

一半徑己辛　二大邊甲壬弦

一半徑己丙　二小邊辰丙弦

合

一半徑方　二正弦矩

己辛乘己丙　甲壬乘辰丙



乙丙邊小　丁乙邊大　對弧丁丙大于象限　較弧壬丙小于象限　所得為對弧大矢與較弧小矢之較其正弦比例仍用小矢以乙銳角故

若于前圖取丁乙庚三角形則角旁兩邊俱大于象限而對邊小於象限較弧亦小于象限乙為鈍角三角俱鈍

有庚乙與丁乙兩大邊而較弧丑庚小故所得為兩小矢之較其正弦比例則用大矢以乙為鈍角故也丑庚為較弧其正弦丑亥餘弦亥已　對弧庚丁即庚酉其正弦酉午餘弦午已兩矢較亥午即餘弦較

又設丙乙丁三角形

乙為銳角餘一鈍一銳

若于得數内減較弧餘弧夘己亦即得午己餘弦餘

如上

又于前圖取丁乙庚三角形　乙為鈍角　三角俱鈍　角旁

兩邊俱大于象限惟對邊小故用兩正矢較其正弦比

例仍用大矢以鈍角故　乙丁弧之通弦丑壬為乙丁

弧所割戌丑丁亦割其戌辛全徑于寅成寅戌為鈍角

大矢而比例等　又丑庚為較弧其正弦丑亥其矢亥

庚　對弧庚丁之通弦酉癸其矢午庚兩矢之較為亥

一半徑己辛
二大邊弦甲壬
三角之矢寅辛
四先得數丁壬

一半徑己丙
二小邊弦辰丙
三先得數丁壬
四兩餘弦并丁子

合之

一半徑方
二正弦矩
三角之矢寅辛
四兩餘弦并丁子即午卯

兩餘弦并即大矢與小矢之較也

法以得數午卯加較弧之正矢卯丙成午丙為對弧之大矢午丙內減去半徑己丙得午己餘弦乃以餘弦檢表得度以減半周得對弧丁丙之度

午

一　半徑戊巳　　　　一　半徑庚巳　　　　一　半徑方
二　乙丁正弦丑甲　　二　庚乙正弦庚申　合　二　兩正弦矩
三　乙角大矢戊寅　　三　先得數丑丁　　　三　乙角大矢戊寅
四　先得數丑丁　　　四　兩矢較未丑　之　四　兩矢較未丑即亥午

以兩矢較亥午加丑庚較弧之矢庚亥戌午庚為對弧丁庚之矢以矢減半徑庚巳得對弧之餘弦午巳檢表得丁庚度

論曰先得數何以能為句股比例也曰先得數即距等

圜徑之分線也其勢既與全徑平行又其線為弧線所分其分之一端必與對弧相會（葢對弧亦從此分也）其又一端必與較弧相會是此分線恒在較弧對弧兩正弦平行線之中斜交兩線作角而為弦則兩正弦距線必為此線之句矣而兩矢之較即從兩正弦之距而生故不論大矢小矢其義一也

然則正弦上所作句股何以能與先得數之句股相似邪曰兩全徑相交于員心則成角各正弦又皆為各全

徑之十字橫線則其相交亦必成角而橫線所作之角必與其徑線輳心之角等角等則比例等矣　大邊小邊之正弦皆全徑之十字橫線也較弧對弧之正弦皆又一全徑之十字橫線也此兩十字之各線相交而成種種句股其角皆等

一　半徑己戊
二　丁乙正弦　甲丑
三　角大矢　戊寅
四　先得數　丑丁

一　半徑己庚弦
二　庚乙正弦　申庚句
三　先得數　丑丁弦
四　兩矢較　丑未句

合之

一　半徑方
二　正弦矩
三　角大矢　戊寅
四　兩矢較　丑未即亥午

仍于前圖取丁戊庚三角形　戊鈍角餘銳　三邊俱小于象限　戊丁弧之通弦丑壬正弦甲壬　又引戊丁弧過全徑于寅會于乙則寅戊為戊鈍角之大矢亦割丑壬通弦于丁則丑丁與通弦若寅戊大矢與全徑也　又戊庚弧之正弦庚申為句則巳庚半徑為其弦其比例若丑未為句而丑丁為弦也　又丑庚為較弧其正弦丑亥其餘弦亥巳其矢亥庚　對弧庚丁之通弦酉癸正弦癸午餘弦午巳其矢午庚兩矢之較為亥

午

對弧小故用兩小矢之較戊鈍角故以角之大矢為比例並同上條

一　半徑戊己
二　丁戊正弦　丑甲
三　角大矢　戊寅
四　先得數　丑丁

一　半徑庚己弦
二　戊庚正弦　庚申句
三　先得數　丑丁弦
四　兩矢數　未丑句

合

一　半徑方
二　正弦矩

之

三　角大矢　戊寅
四　兩矢較　未丑即午亥

兩法並用鈍角其度同所求之庚丁弧又同故其法並同即此可明三角之理

仍于前圖取丁丙戊三角形　有丁丙及戊丙二大邊有

丙銳角餘一鈍一銳求丁戊對邊　法引丁丙及戊丙二弧會于庚作庚丙徑作己亢及己戊兩半徑作癸午為丁丙邊正弦而丁丙弧割癸午正弦于丁亦割亢己半徑丁心則亢己之分為心亢猶癸午之分癸丁也又作戊井為戊丙弧之正弦成戊己井勾股形又從丁作壬甲為對弧戊丁之正弦其矢甲戊又取癸戊為較弧以癸丙同丁丙故作癸氐為較弧正弦其矢氐戊兩矢之較為氐甲又從丁作斗丁與氐甲平行而等成丁斗癸小句股形與戊己井形相似則己戊弦與

井戊句若癸丁弦與斗丁句也此因對弧小故所得為小矢之較而用丙鋭角故只用角之正矢為比例　又此因用丙角求戊丁邊故另為比例若用戊角求丁丙弧則與第一條之法同矣

一半徑己亢
二丁丙正弦午癸
三角之矢心亢
四先得數丁癸

一半徑己戊弦
二戊丙正弦井戊句
三先得數丁癸弦
四兩矢較斗丁句

合之

一半徑方
二正弦矩
三角之矢心亢
四兩矢較斗丁即甲氐

以甲氐加較弧之矢氐戊成甲戊為對弧之矢如法取其度得丁戊

右例以一圖而成四種三角形皆可以入算而諸綫錯綜有條不紊可見理之真者如取影于燈寃折惟肖也

又丁丙戊三角形亦可以戊角立算餘三角並然 丁乙丙形可用丙角庚戊丁形庚乙丁形俱可用庚角

計開

一圖中三角形凡四

一丁乙丙形 一丁戊丙形 一丁乙庚形 一丁戊庚形

全徑凡二

一戊乙徑　一庚丙徑

算例凡八

一丁乙丙形用乙鋭角
一丁戊丙形用戊鋭角　並以求對角之弧丁丙
一丁乙庚形用乙鈍角
一丁戊寅形用戊鈍角　並以求對角之弧丁庚
一丁丙戊形用丙鋭角
一丁庚戊形用庚鋭角　並以求對角之弧丁戊

一丁丙乙形用丙鈍角

一丁庚乙形用庚鈍角　並以求對角之弧丁乙

右前四例皆以乙戊徑為主線丙庚徑為加減綫後四例皆以丙庚徑為主線乙戊徑為加減綫

一係　凡三角形以一邊就全員則此一邊之兩端皆可作線過心為全員之徑而一為主線一為加減線皆視其所用之角

凡所用角在徑線之端則此徑為主線餘一徑為加

減線

凡用鋭角則主線在形外用鈍角則主線在形内

凡角旁兩弧線引長之各成半周必復相會而作角其角必與原角等

凡主線皆連于所用角之鋭端或在形内或在形外並同其引長之對角亦必連于主線之又一端也若主線在形内破鈍角端者其引長之鈍角亦然

一係 凡兩徑線必與兩弧相應如角旁弧引長成半

周其首尾皆至主線之端是主線即為此弧之徑也如對角弧引長成半周首尾皆至加減線之端是加減線即為對弧之徑也主線既為引長角旁一弧之徑又原為全員之徑而角旁又一弧之引長線即全員也故角旁兩弧皆以主線為之徑　加減線既為對弧之徑而較弧在員周其端亦與加減線相連又加減線原為全員徑故較弧對弧皆以加減線為徑一條　凡全徑必有其十字過心之横徑而正弦皆與

分之比例皆與角之大小矢及餘弦之比例等

平儀論

論以量代算之理

平儀應外周度圖

以橫線截弧度以直線取角度並與外周相應如艮己弧距極三十度為申未橫線所截故其度與外周未己相應坎乙應戌乙亦同又乾乙

之平行皆以十字交于全徑引之即成通弦

主線既為角旁兩弧之徑故角旁兩弧之正弦通弦皆以十字交于主線之上而其餘弦其矢皆在主線

加減線既為對弧較弧之徑故對弧較弧之正弦皆以十字交于加減線而其餘弦其矢皆在加減線

一條　凡角旁之弧引長之必過横徑分為角之矢角之餘弦若鈍角則分大矢

角旁引長之弧過横徑者亦過正弦通弦故其全與

皆實度也弧線在平面則惟外周為實度其餘皆視度也實度有正形故可以量視度無正形故不可以量然而亦可量者以有外周之實度與之相應也何以言之曰平儀者渾體之畫影也置渾球于桌自其頂視之則惟外周三百六十度無改觀也其近内之弧度漸以側立而其線漸縮而短離邊愈遠其側立之勢益高其蹟縮愈甚至于正中且變為直線而與員徑齊觀矣此蹟縮之狀隨度之高下而還其數無紀故曰不可以量也

弧距極六十度為丑夘橫線所截故其度與外周丑乙相應巽己應午己亦同

又如戊己辛角有未戊辰直線為之限知其為六十度角以與外周未午辛之度相應也癸乙子三十度角應子丑度亦然又庚己子鈍角有午夘庚直線為之限知其為百五十度角以與外周午未己申寅子弧度相應也壬乙辛百二十度角應戊乙辰夘辛弧亦然

論曰平儀有實度有視度有直線有弧線直線在平面

與之相應也此量弧度之法也弧度者緯度也量法詳後然則其量角度也奈何曰角度者乃經度也經度之數皆在腰圍之夫圈此大圈者在平儀則變為直線不可以量然而亦可以量者亦以外周之度與之相應也試于平儀內任作一弧角

如乙己丙平員內作己丙戊角欲知其度則引此弧線過横徑于戊而會于乙則己戊弧即丙鋭角之度戊壬弧即而

然而以法量之則有不得而適者以有距等圈之緯度為之限也試横置渾球于桌任依一緯度直切之則成側立之距等圈矣此距等圈與中腰之大圈平行其相距之緯度等故曰距等也其距既等則其圈雖小于大圈而其為三百六十度者不殊也從此距等圈上逐度作經度之弧其距極亦皆等特以側立之故各度之視度躋縮不同而皆小于邊之真度其實與邊度並同無小大也特外周則䀡體而内線立體耳故曰不可量而可量者以有外周之度

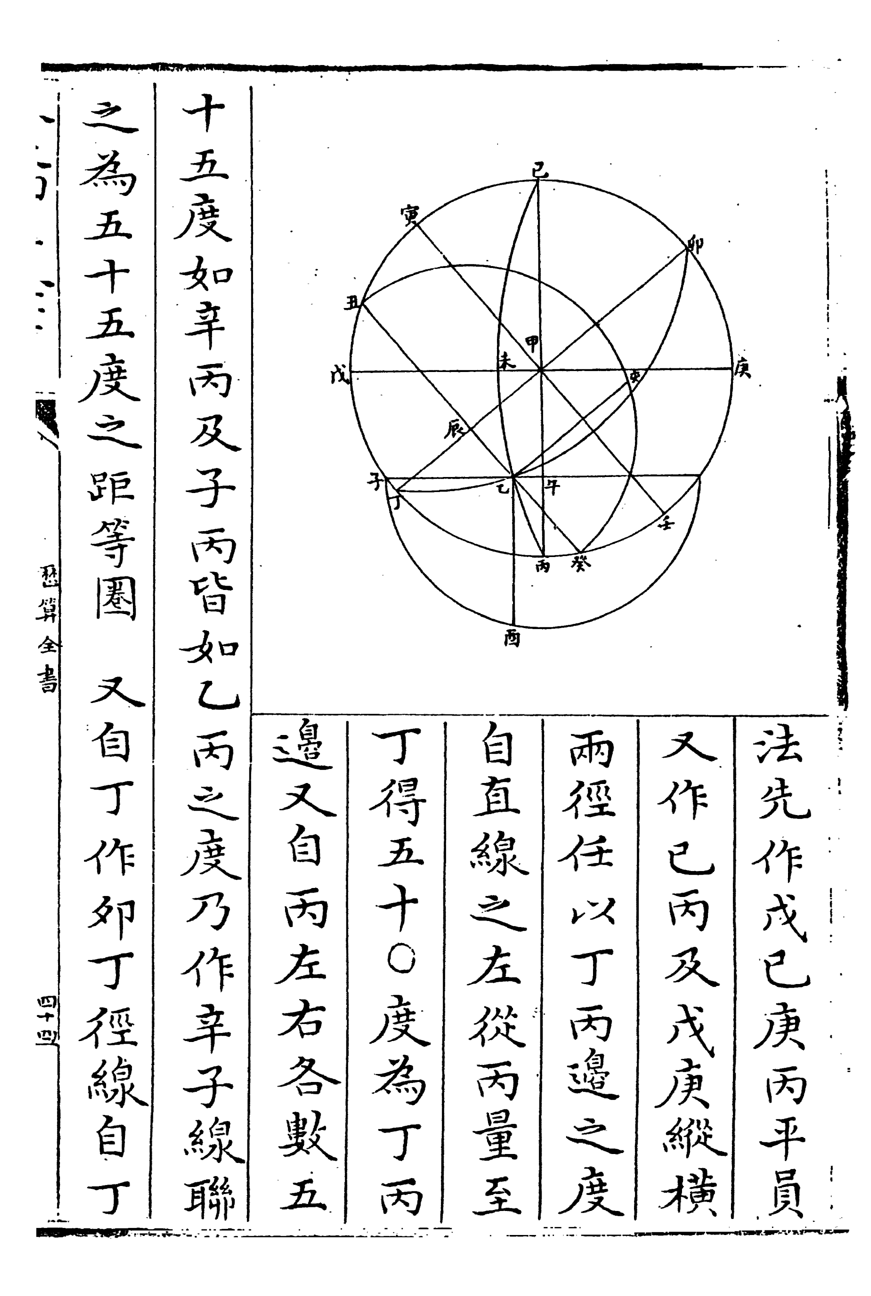
邊必與此一邊之兩端相遇于外周而成角此相遇之兩點即餘兩弧起處法即從此起數借外周以求其度而各循其度作距等横線乃視兩距等線交處而得餘一角之所在遂補作餘兩弧而弧三角之形宛在平面再以法量之則所求之角可得其度矣此量角度之法也

今設乙丁丙弧三角形丁丙邊五十〇度乙丙邊五十五度乙丁邊六十〇度而未知其角

鈍角之度也然己戊壬兩弧皆以視法變爲平線又何以量其度法于戊點作庚辛直線與乙丙直徑平行則己庚弧之度即戊己弧之度亦即丙鋭角之度矣其餘庚乙壬之度即戊丁壬弧之度亦即丙鈍角之度矣故曰不可量而實可量者以有外周之度與之相應也

然此法惟角旁弧度適足九十度如戊丙則其數明晰若角旁之弧或不足九十度又何以量之曰凡言弧角者必有三邊如上所疏既以一邊就外周真度其餘二

左右各數六十〇度為癸丁及丑丁皆如乙丁之數亦作丑癸線聯之為六十〇度之距等圈　此兩距等線相交于乙則乙點即為乙丙及乙丁兩邉相遇之處而又為一角也　乃自乙角作乙丙及乙丁兩弧則乙丙丁三角弧形宛然平面矣再以法量之則丁丙兩角亦俱可知　欲知丙角即用辛子距等線以半線午子為度以午為心作子酉辛半員句分一百八十度此辛子徑上距等圈之真形也乃自乙點作直線與午丙徑平



法先作戊己庚丙平圓又作己丙及戊庚縱橫兩徑任以丁丙邊之度自直線之左從丙量至丁得五十〇度為丁丙邊又自丙左右各數五十五度如辛丙及子丙皆如乙丙之度乃作辛子線聯之為五十五度之距等圈　又自丁作卯丁徑線自丁

計開

丙角七十八度稍弱以算考之得七十七度五十五分　丁角六十七度三分度之二以算考之得六十七度三十九分

右量角度以圖代算欲得零分須再以算法考之即知無誤

又設乙丙丁弧三角形有六十〇度丙角有乙丙邊一百〇〇度有丁丙邊一百二十〇度求丁乙邊對角之邊

法先為己戊丙庚大圈作己丙及庚戊十字徑乃自丙數至辛如所設丁丙邊一百二十〇度自丙至子亦知

行截半員于酉乃從酉數至子得酉子若干度此即乙丙丁銳角之度以減半周得酉辛若干度亦即乙丙辛鈍角之度也　欲知丁角亦即用丑癸距等線以半線辰癸為度辰為心作丑亥癸半員分一百八十度此亦丑癸徑上距等圈之正形也乃自乙點作直線與辰夘徑平行截半員于亥即從亥數至癸得亥癸若干度此即乙丁丙銳角之度以減半周得亥丑若干度又即乙丁丑鈍角之度也

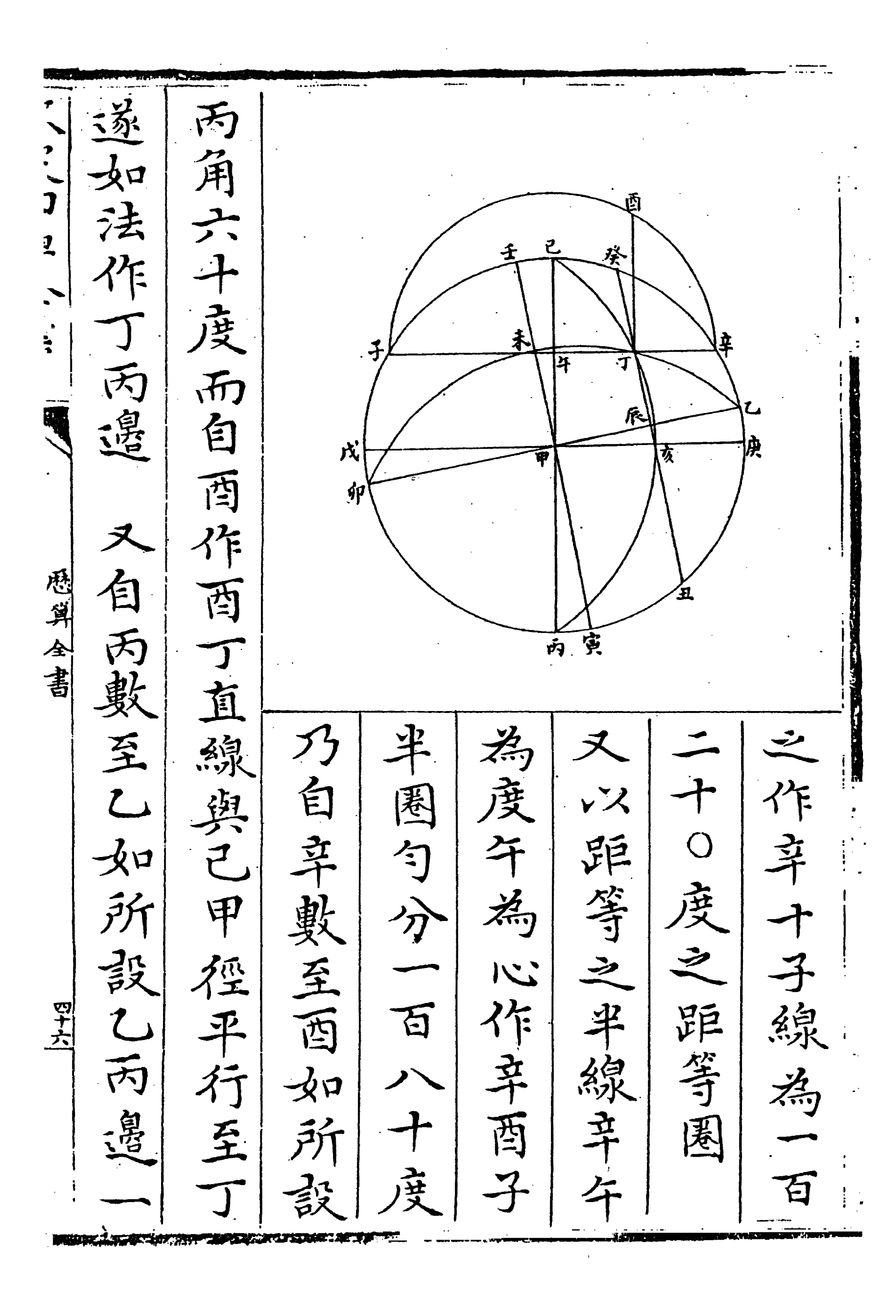
百〇〇度又從乙過甲心至夘作大圜徑亦作寅壬橫徑乃補作丁乙邊乙丙丁三角弧形宛然在目　又自丁作丑丁癸距等線與寅壬平行末自乙數至癸得若干度即乙丁之度

計開

丁乙線五十九度强以算考之得五十九度〇七分

右量弧度以圖代算若用規尺可免逐圜匀分之度有例在後條

又若先有乙丁對角邊丁丙角旁邊有丙角而求乙丙



之作辛十子線為一百二十〇度之距等圈又以距等之半線辛午為度午為心作辛酉子半圈匀分一百八十度乃自辛數至酉如所設丙角六十度而自酉作酉丁直線與己甲徑平行至丁遂如法作丁丙邉　又自丙數至乙如所設乙丙邉一

角旁之邊（仍借前圜）

法先作巳戊丙員及十字徑線又以丁丙邊之度取丙辛及丙子作辛子距等線又作子酉辛半員取辛酉角度作酉丁直線遂從丁作丁丙邊皆如前　次以所設丁乙邊五十九度倍之作一百十八度少于本員周取其通弦（即距等線癸丑之度）乃以通弦線就丁點遷就游移使合于外周而不離丁點戊丑丁癸線即有所乘丑乙癸弧乃以弧度折半于乙則乙丙外周之度即所求乙丙邊

于是補作乙丁線成三角之象

又法以丁乙倍度之通弦（丑癸）半之于辰乃從辰作夘甲辰過心徑線即割大員周于乙而乙癸及乙丑之弧度以平分而等皆如乙丁度亦遂得乙丙度餘如上

又若先有乙丙兩角及乙丙邊在兩角之中（亦仍借前圖）法先作己戊丙員及十字徑線皆如前乃自丙數至乙截乙丙為所設之邊　次作丙角法于戊庚橫徑如前法求庚亥如所設丙角之度遂從亥點作弧（如丙亥己）則丙

角成矣　次作乙角法于乙點作乙甲夘徑亦作壬寅横徑乃自寅至未如前法求寅未如所設乙角之度遂從未點作弧如夘未乙則乙鈍角亦成矣　兩弧線交于丁角乃補作丑癸及辛子兩距等線則弧度皆得案此兩弧線必以雞子形作之方準若丁點離兩横徑不遠則所差亦不多也

再論平儀

凡平儀上弧線皆經度而直線皆緯度

惟外周經度亦可當緯度又最中長徑緯度亦為經度

平儀上弧線皆在渾面而直線皆在平面

試以渾球從兩極中半濶處直切之如用極至交圏為度以剖渾儀則成平面矣以此平面覆置于案而從中腰横切之如赤道半圏則成横徑于平面矣如赤道之徑又以此横徑為主離其上下作平行線而横切之則皆成距等圏之徑線于平面矣大横徑各距極九十度逐度皆可作距等圏即皆有距等徑線在平面故曰皆緯度也此線既為距等圏之徑則其徑上所乘之距等圏距極皆等即任指一點

作弧度其去極度皆等故以為緯度之限也

若又别指一處為極（如赤道極外又有黃道極又如天頂亦為極）則其對度亦一極也亦可如前横切作横徑（如黃道之徑）于平面其横徑上下亦皆有九十度之距等圈與其徑線矣（如黃道亦有緯度）故直線有相交之用也

準此觀之渾球之外圈隨處可指為極即有對度之極兩極相對則皆有直線為之軸軸上作横徑横徑上下即皆有九十度之距等徑線而相交相錯其象千變而

句股之形成比例之用生加減之法出矣如黃赤兩極外又有天頂地心之極而天頂地心隨北極之高下而變又此所用外周特渾球上經圈之一耳若準上法于球上各經圈皆平切之皆為大圈則亦可隨處為極以生諸距等緯線而相交相錯之用乃不可以億計矣如天頂地心既隨極出地度而異其南北亦可因各地經度而異其東西由是推之渾球上無一處不可為極故所求之點即極也何以言之凡于球上任指一點即能于此點之上作十字直線以會于所對之點而十字所分之角皆九十

度即逐度可作線以會于對點而他線之極此點上線皆能與之會故曰所求之點即極也

又論平儀

凡平儀上弧線皆經度也而弧有長短者則緯度也是故弧線為經度而即能載緯度蓋載緯度者必以經度也若無經度則亦無緯度矣

平儀上直線皆緯度也而線有大小者則經度也是故直線為緯度而即能載經度蓋載經度者必以緯度也

若無緯度則亦無經度矣所云直線指橫徑及其上下之距等徑而言弧線能載緯度即又能分緯度之大小直線能載經度即又能分經度之長短

假如平面作一弧引長之其兩端皆至外周則分此外周為兩半員而各得百八十度即所作之弧亦百八十度矣此百八十者皆緯度故曰能載緯度也而此平面上所乘之半渾員其經度亦百八十而皆紀于腰圍之緯圈若于腰圍緯圈上任指一經度作弧線必會於兩

極而因此弧線割緯圈以成角度故又曰能分緯度也不但此也若從此弧線之百八十度上任取一度作平行距等緯圈其距等圈上所分之緯必小于腰圍之緯圈而其所載距等圈之經度皆與角度等即近極最小之緯圈亦然何以能然曰緯圈小則其度從之而小而為兩弧線所限角度不變也故緯圈之大小弧度分之也

然弧線之長短又皆以緯圈截之而成而緯圈必有徑

在平面上與圈相應故曰直線能載經度即又能分經度之長短也

復論平儀

平儀上直線弧線皆正形也問前論直線有正形弧線躋縮無正形玆何以云皆正形曰躋縮者球上度也然其在平面則亦正形矣有中剖之半渾球于此覆而觀之任于其緯度直切至平面則皆直線也而其切處則皆距等圈之半員即皆載有經度一百八十也從此半

員上任指一經度作直線下垂至平面直立如縣針則距等圈度之正弦也若引此經度作弧以會于兩極則此弧度上所載之緯度一百八十每度皆可作距等圈即每度皆可作距等圈之正弦矣由是觀之此弧上一百八十緯度既各帶有距等圈之正弦即皆能正立于平面而平面上亦有弧形矣夫以弧之在球面言之則以側立之故而視為蹐縮而平面上弧形非蹐縮也故曰皆正形也惟其為正形故可以量法御之也

又

問平儀經緯之度近心濶而近邊狹何也曰渾員之形從其外而觀之則成中凸之形其中心隆起處近目而見大四周遠目而見小此視法一理也又中心之經緯度平鋪而其度舒故見大四周之經緯側立而其度堘疊故見小此又視法一理也若以量法言之則近内之經緯無均平之數數皆紀之于外周外周之度皆以距等線為限而近中線之距等線以兩旁所用之弧度皆

設如巳戊丙庚員有子辛距等緯線有所分丁辛小緯線求其所載經度以命所求之角丙角

本法取距等半徑辛午作子酉辛半員從丁作酉丁線乃紀酉辛之度為丁辛之度

今用捷法徑于丁點作女丁壬線與巳甲徑平行再用

直過與橫直線所差少故其間闊近兩極之距等線則其兩旁之弧度皆斜過與橫直線懸殊故其間窄此量法之理也固不能强而齊一之矣夫惟不能强而齊故正弦之數以生八線由斯以出尺算比例之法由斯可以量代算而測算之用遂可以坐天之內觀天之外已

取角度

又法

法從大圜庚數至癸令庚癸如丙角之度即從癸向甲心作癸甲線半徑次以距等之半徑辛午為度從甲心作半員截癸甲半徑于亢乃自亢作亢丁壬線截辛午於丁即得丁點

用規尺法

設如乙丁辛弧三角形有乙丁邊六十度有丁辛邊五十度一十分有乙辛邊八十度求辛銳角

如法依三邊各作圖法以十字剖平員自主線端辛數

距等半徑午辛為度從甲心作虛半員截女壬線于亢即

從此引甲亢線至癸則數大圈庚癸之度為丁辛角度即丙角也

解曰試作氐亢房半員其亢甲午半徑既與午辛等則氐

亢房半員與辛酉子等而氐亢房半員又與大員同甲

心則庚癸之度與氐亢等即亦與酉辛等矣

又如先有丙角之度及辛子距等線而求丁點所在以

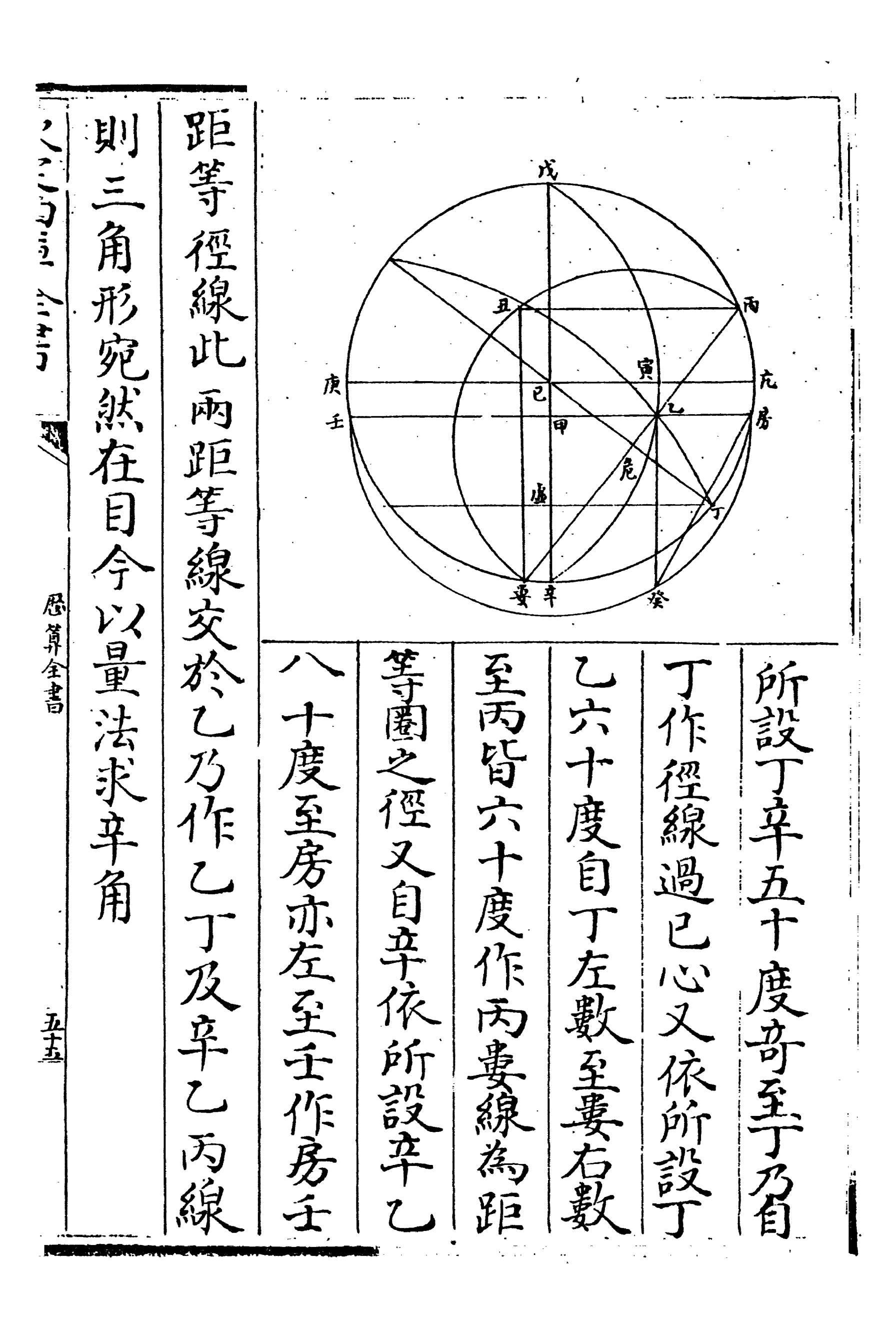
作丙丁弧

法曰房甲距等半徑與乙甲分線若亢巳半徑與辛角之餘弦寅巳

法以比例尺正弦線用規器取圖中房甲之度于半徑九十度定尺再取乙甲度于本線求正弦等度得角之餘度乃以所得餘度轉減象限命為辛角之度

依法得餘弦三十一度弱即得辛角為五十九度强

又法以房甲為度甲為心作房癸壬距等半圈又作乙癸正弦與巳辛平行如前以房甲度于正弦九十度定



所設丁辛五十度寄至丁乃自丁作徑線過巳心又依所設丁乙六十度自丁左數至婁右數至丙皆六十度作丙婁線為距等圈之徑又自辛依所設辛乙八十度至房亦左至壬作房壬距等徑線此兩距等線交於乙乃作乙丁及辛乙丙線則三角形宛然在目今以量法求辛角

尺再以乙癸度取正弦度命為辛角度

又法作房癸線用分員線取房甲度于六十度定尺再取房癸線于分員線求等度得數命為辛角之度更捷

論曰既以房甲為半徑則乙癸即正弦乙甲即餘弦房癸即分員皆距等圈上比例也其取角度與分半周度而數房癸之度並同然量法較捷

又求丁鈍角

法以丙危為度危為心作婁丑丙半員又作丑乙線當

角之正弦則乙危當餘弦

乃取距等半徑丙危度于正弦線九十度定尺再取乙危度求得正弦線等度命為鈍角之餘弦以所得加九十度為丁鈍角度

依法得餘弦十二度太即得丁鈍角一百〇二度太

或取丑乙線求正弦線上度命為鈍角之正弦以所得減半周度餘為丁鈍角度兩法互用相考更確

又法作夷丑分員線取丙危半徑于分員線六十度定

尺而求婁丑分員之度分為丁鈍角弦法參考亦可與正

論曰兼用弦兩法分員線一法以相考理明數確然比

半周度之工尚為省力是故量捷於算而尺更捷矣

若兼作丙丑分員以所得度減半周亦同如此則分員

線亦有兩法合之正弦成四法矣

又論曰此條三邊求角前條有二邊一角求弧可互明

也故用圖亦可以求角用尺亦可以求弧智者通之可

也

三極通幾

平員則有心渾員則有極如赤道以北辰為極而黄道亦有黄極人所居又以天頂為極故曰三極也極云者經緯度之所宗如赤道經緯悉宗北極而黄道經緯自宗黄極地平上經緯又宗天頂亦如屋之有極為楹桷守梠榱梲之所宗也既有三極即有三種之經緯于是有相交相割而成角度角之鋭端即兩線相交之點任指一點而皆有三種經緯之度與之相應焉故可以黄

酉角為黃道經度　今求赤道經緯　法自辰作黃道距等緯圈（酉辛）又自辰作赤道距等緯圈（戊午）即知此星（辰）在赤道之北其距緯戊丙（或午丁）　次以赤道距等半徑戊卯為度卯為心作午未戊半員又作未辰直線與己甲平行則未戊弧即為赤道經度（即戊己辰角）

若先有赤道經緯而求黃道經緯亦同

以赤道經緯求地平經緯

己子戊三角形（三角皆銳）

道之經緯求赤道之經緯亦可以赤道之經緯求地平上之經緯以地平求赤道以赤道求黃道亦然舉例如後

以黃道經緯求赤道經緯　己辰庚斜弧三角形

己丁乙丙為極至交圈　己為北極　丙甲丁為赤道　庚為黃極　壬甲寅為黃道　星在辰　辰庚為黃極距星之緯　辰庚

午為度又從子作酉子直線與戊甲天頂垂線平行即午為心

子寅為星距午方之度為子戊寅角數酉至寅之弧即

得星在午左或午右之方位是為地平上之經度按此圖為

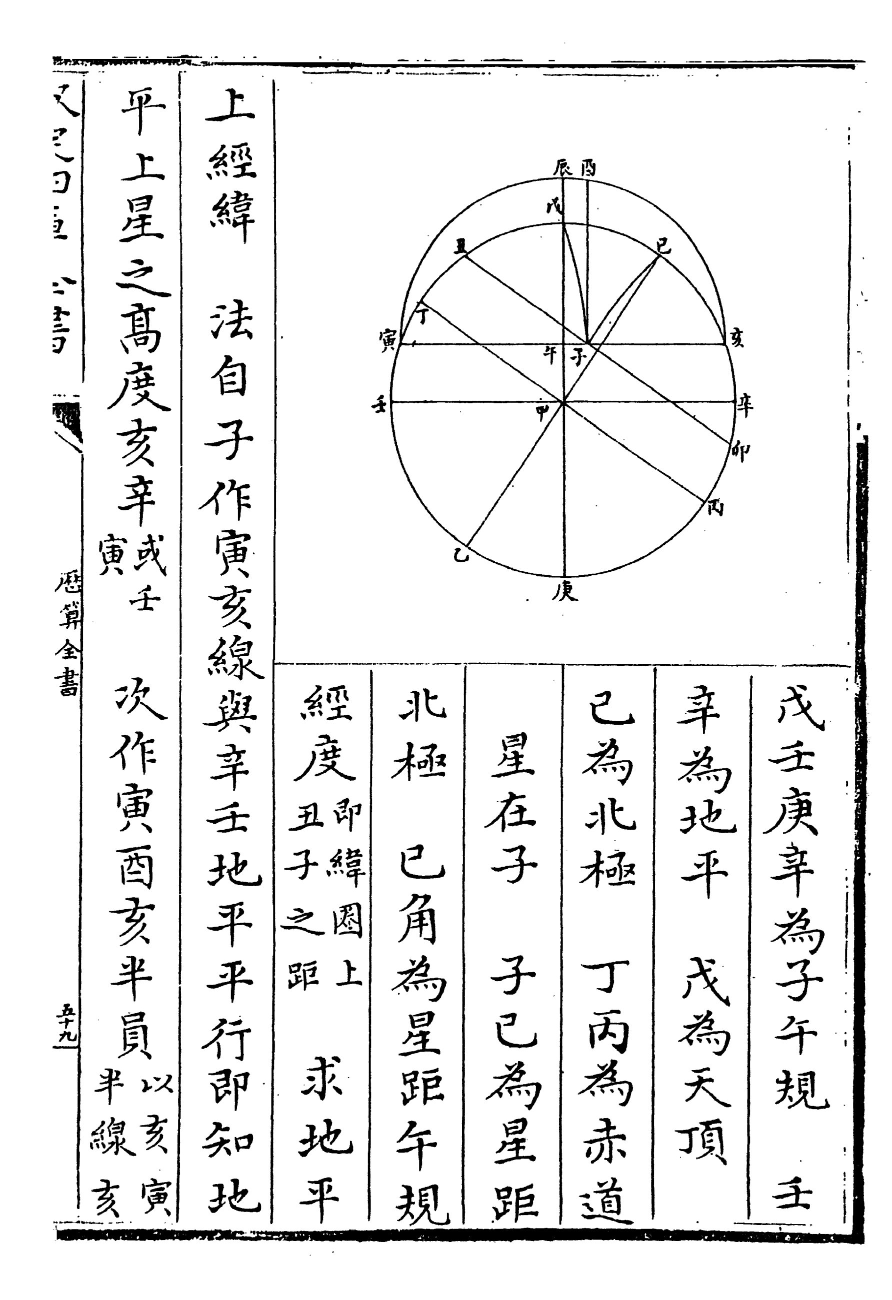
星在卯酉線之北數酉辰若干度即知其星距卯酉線若干度也若先得地平上經

緯高度為緯方位為經而求赤道經緯星距赤道為緯距午線時刻為經其理亦

同

以兩緯度求經度

已子戊斜弧三角形



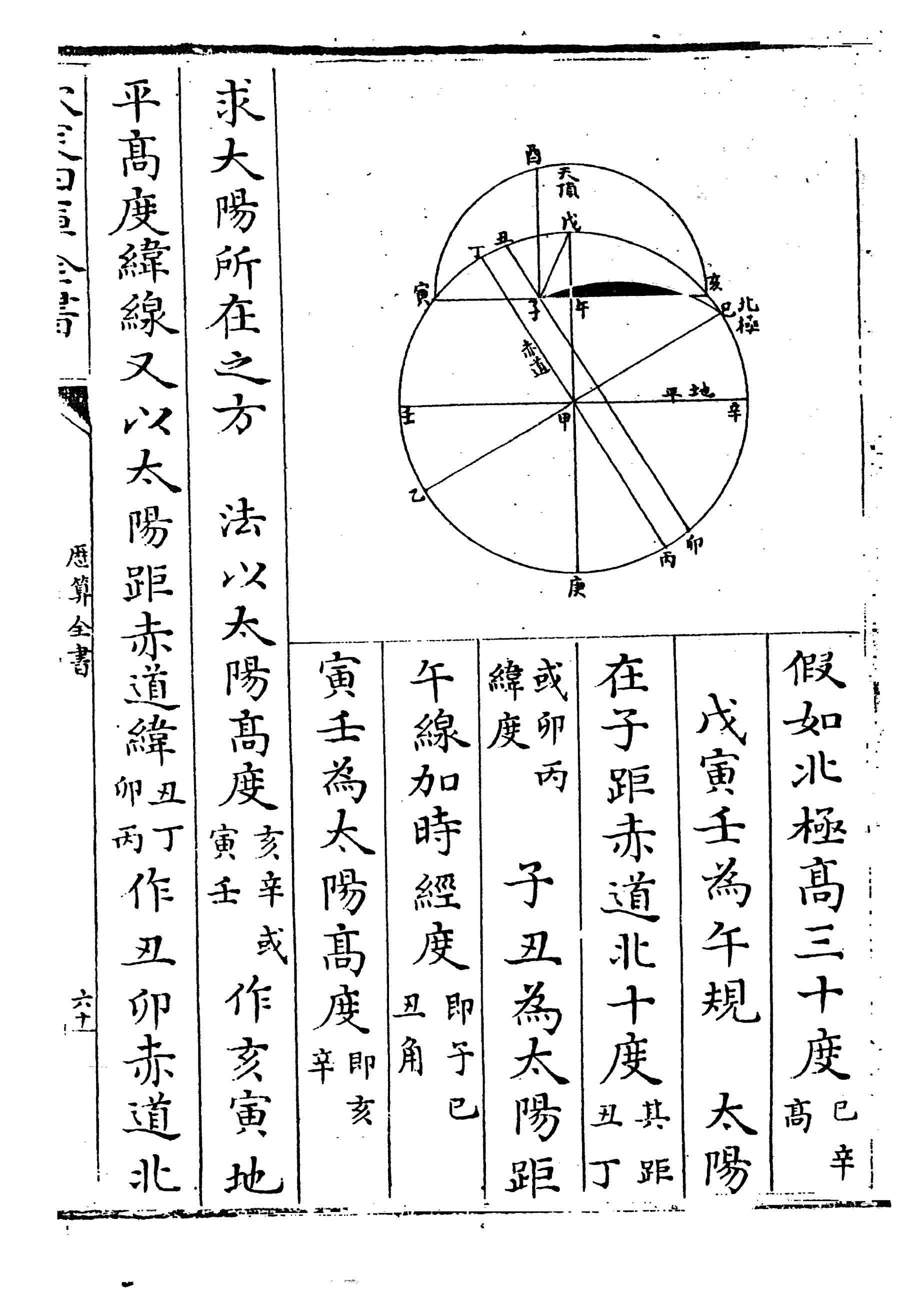
戊壬庚辛為子午規　壬辛為地平　戊為天頂己為北極　丁丙為赤道星在子　子己為星距北極　己角為星距午規經度（即緯圈上丑子之距）　求地平上經緯　法自子作寅亥線與辛壬地平平行即知地平上星之高度亥辛（戌壬寅）　次作寅酉亥半員（以亥寅半線亥

緯線兩線相交于子乃以亥午為度午為心作亥酉寅半員分百八十度又自子作酉子直線與戊甲平行截半員于酉則酉至寅之度即太陽所到方位離午正之度即子戊寅外角

若求加時以北極赤緯線準此求之用子巳戊角

求北極出地簡法可以出洋知其國土所當經緯西北廣野亦然與地度弧角可以參用

不拘何日何時刻但有地平真高度及真方位即可得之



假如北極高三十度巳辛高

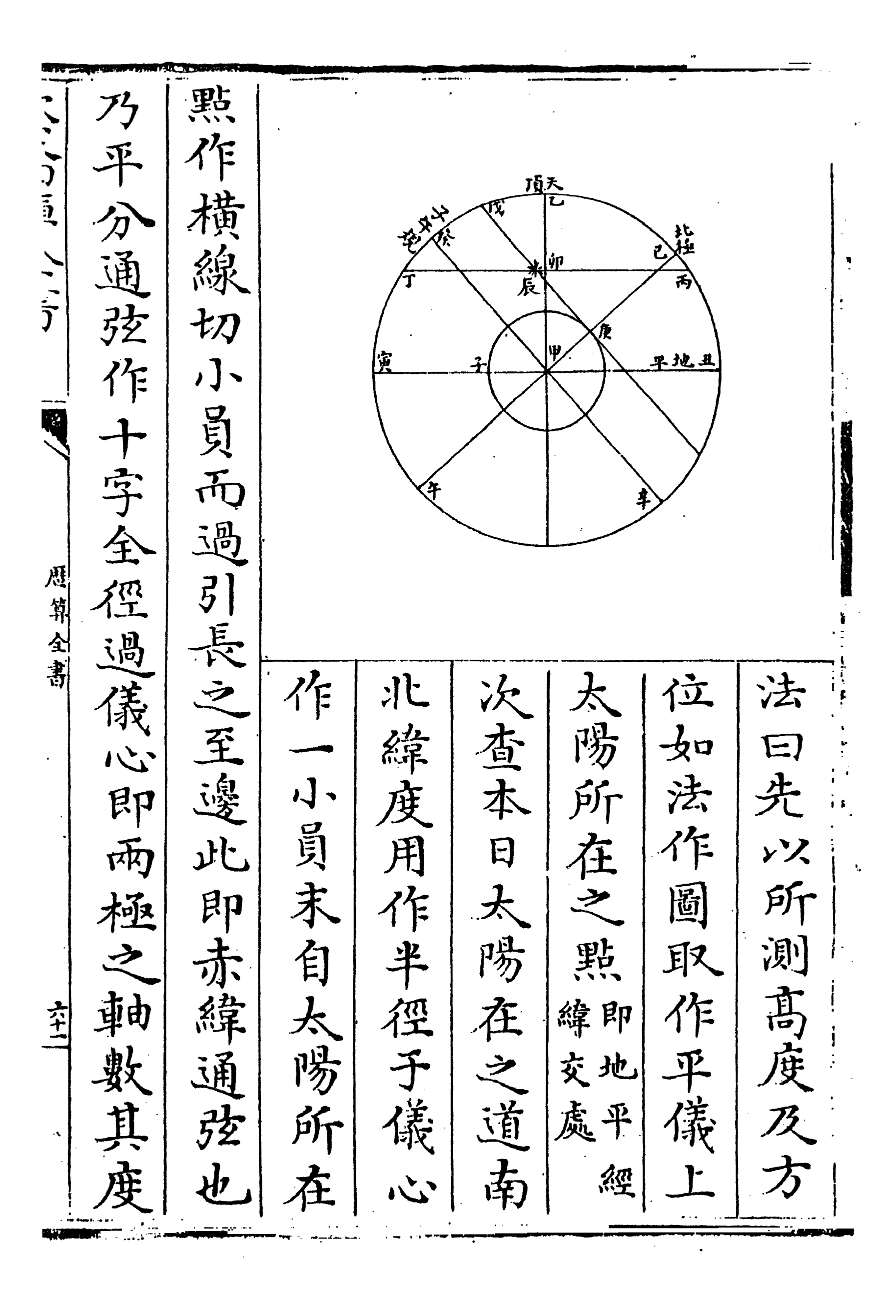
戊寅壬為午規　太陽在子距赤道北十度其距丑丁或卯丙緯度　子丑為太陽距午線加時經度即子巳丑角　寅壬為太陽高度即亥辛

求太陽所在之方　法以太陽高度亥辛或寅壬作亥寅地平高度緯線又以太陽距赤道緯丑丁卯丙作丑卯赤道北

得出地度

假如測得太陽在辰高三十四度方位在正卯南三度强而不知本地極高但知本日太陽赤緯十九度今求北極度

如法作圖安太陽于辰詳下文先作丙丁線為地平高度次用法自正東卯數正弦度至辰得近南三度為地平經度或以丙卯為半徑作半規取直應度分亦同次依本日太陽赤緯十九度以員半徑取庚甲十九度正弦為小員半徑作于庚小員末自太



法曰先以所測高度及方位如法作圖取作平儀上太陽所在之點即地平經緯交處次查本日太陽在之道南北緯度用作半徑于儀心作一小員末自太陽所在點作橫線切小員而過引長之至邊此即赤緯通弦也乃平分通弦作十字全徑過儀心即兩極之軸數其度

陽辰作橫線戊壬切小員于庚乃自庚向甲心作大員徑線己午則己即北極數己丑之度為極出地度依法求得本地極高四十度

論曰此法最簡最真然必得正方案之法以測地平經度始無錯誤

歷算全書卷九